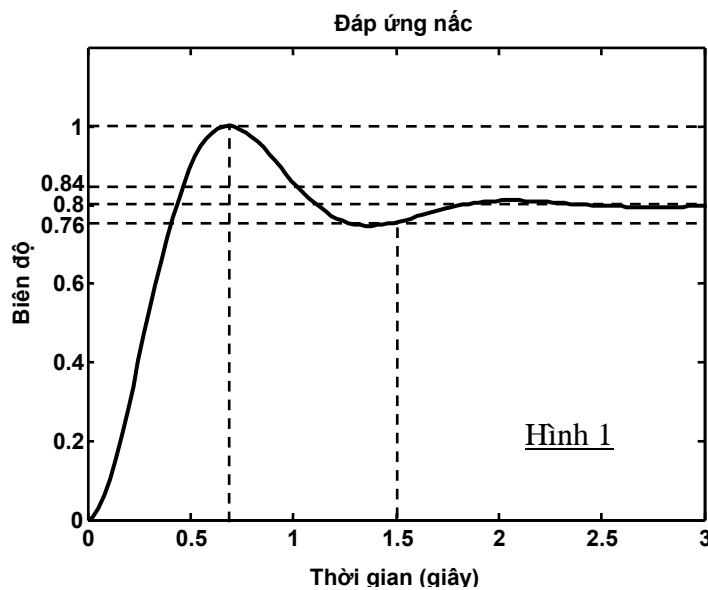


Bài 1: (2 điểm) Cho hệ thống điều khiển hồi tiếp âm đơn vị có hàm truyền hở là $G(s)$. Biết rằng đáp ứng của hệ thống đối với tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị có dạng như hình 1.

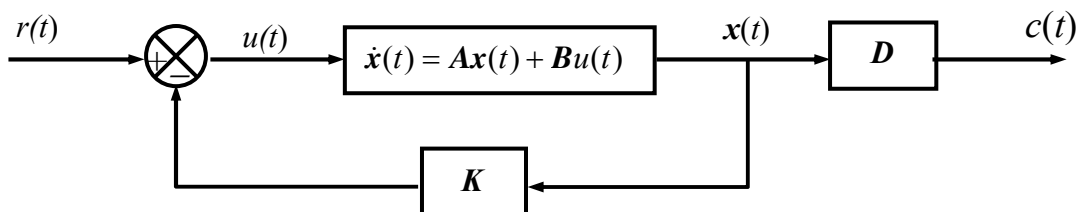
- Dựa vào đồ thị, hãy xác định độ vọt lố, thời gian quá độ (tiêu chuẩn 5%) và sai số xác lập của hệ thống. (0.5 điểm)
- Xác định hàm truyền hở $G(s)$, biết rằng $G(s)$ có dạng: $G(s) = \frac{K}{s^2 + as + b}$. (1.5 điểm)



Bài 2: (2.0 điểm) Cho hệ thống điều khiển hồi tiếp trạng thái có sơ đồ khối như hình 2. Biết rằng các ma trận trạng thái của đối tượng điều khiển là:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

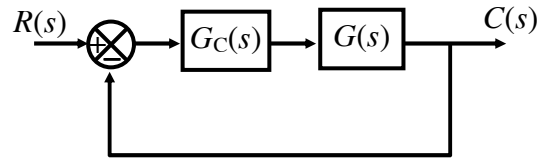
- Hãy xác định độ lợi hồi tiếp trạng thái K sao cho hệ kín có cực kép tại -4 . (1.5 điểm)
- Tính độ vọt lố của hệ thống kín với giá trị K vừa tìm được. (0.5 điểm)



Hình 2

Xem tiếp trang 2 ↗

Bài 3: (3.0 điểm) Cho hệ thống điều khiển có sơ đồ khối ở hình 3, đặc tính tần số của đối tượng $G(s)$ (đường liền nét) và bộ điều khiển $G_C(s)$ (đường đứt nét) cho ở trang 3 của đề thi.



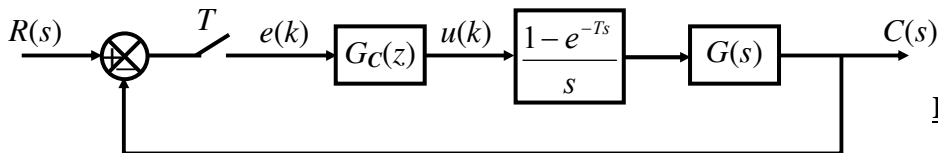
Hình 3

1. Xác định hàm truyền $G(s)$ và $G_C(s)$ (1.0 điểm)

2. Vẽ biểu đồ Bode của hệ thống hở sau khi hiệu chỉnh. Xác định tần số cắt biên, tần số cắt pha, độ dự trữ biên và độ dự trữ pha của hệ thống sau khi hiệu chỉnh. (1.0 điểm)

3. Khâu hiệu chỉnh $G_C(s)$ đang sử dụng tại có khuyết điểm là làm giảm băng thông của hệ thống, do đó làm chậm đáp ứng quá độ. Hãy thiết kế khâu hiệu chỉnh sớm pha $G_C(s) = \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$ ($\alpha > 1$) để đạt được yêu cầu độ dự trữ pha và độ dự trữ biên như đã tính ở câu 2, đồng thời mở rộng băng thông để tăng tốc độ đáp ứng của hệ thống. (1.0 điểm)

Bài 4: (3.0 điểm) Cho hệ thống điều khiển rời rạc có sơ đồ khối như hình 4:



Hình 4

Biết rằng $G(s) = \frac{1}{s^2}$, $G_C(z) = K_P + \frac{K_D}{T}(1 - z^{-1})$, $K_P = 1$, $K_D = 5$, $T = 0.1 \text{ sec}$.

- Viết phương trình sai phân để thực thi bộ điều khiển $G_C(z)$ trên máy tính (0.5 điểm).
- Xác định hàm truyền của hệ thống kín (0.5 điểm).
- Đánh giá tính ổn định của hệ kín dùng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz mở rộng hoặc tiêu chuẩn Jury (1.0 điểm)
- Tính đáp ứng $c(k)$ ($k=1, \dots, 7$), độ vọt lố, sai số xác lập khi tín hiệu vào là hàm nấc đơn vị (1.0 điểm).

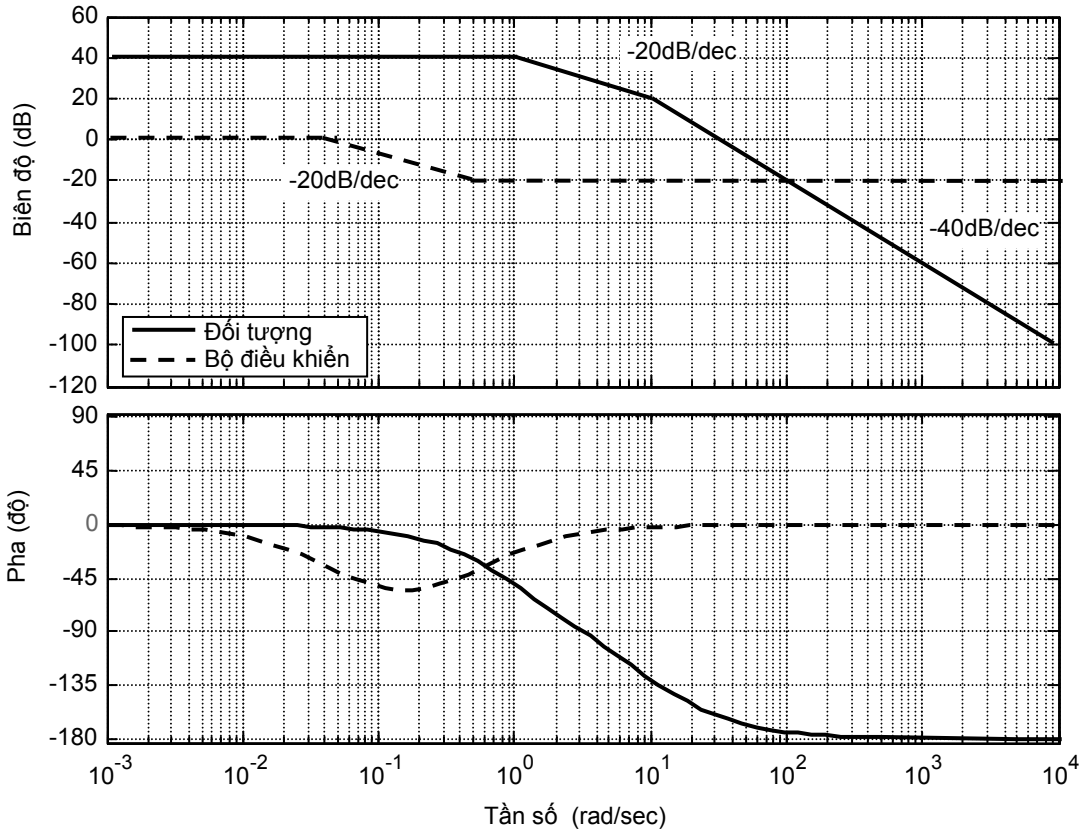
Chú ý: Sinh viên nộp lại biểu đồ Bode kèm theo bài làm

Hết

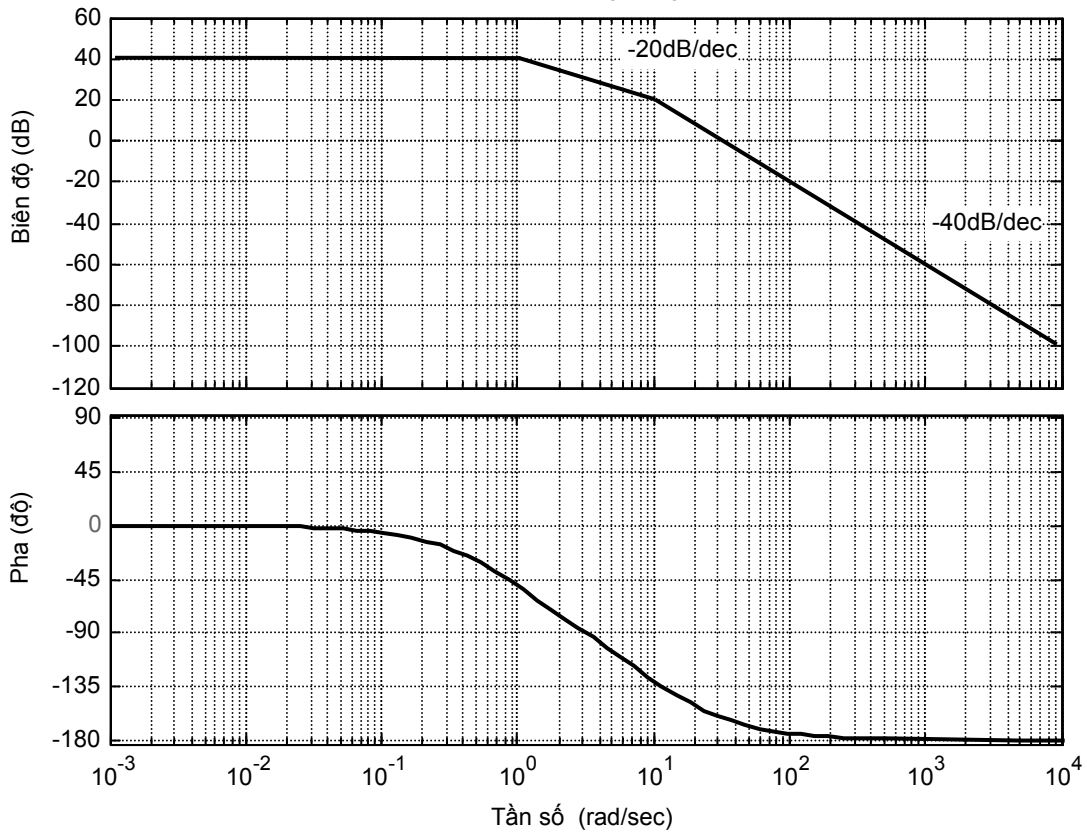
Họ và tên SV:

Mã số SV:

Biểu đồ Bode dùng trong câu 3.1 và 3.2



Biểu đồ Bode dùng trong câu 3.3



Đáp án

Bài 1:

1. Độ vọt lố: $POT = \frac{c_{\max} - c_{xl}}{c_{xl}} \cdot 100\% = \frac{1 - 0.8}{0.8} \cdot 100\% = 25\%$

Thời gian quá độ là $t_{qd} = 1.5$ giây.

Sai số xác lập là $e_{xl} = 1 - 0.8 = 0.2$.

2. Hàm truyền kín của hệ thống:

$$G_k(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{K}{s^2 + as + b + K} \quad (1)$$

Mẫu số của hệ kín có dạng: $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$, trong đó:

$$POT = \exp\left(\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) = 0.25 \Rightarrow \xi = 0.4$$

$$t_{qd} = \frac{3}{\xi\omega_n} = 1.5 \Rightarrow \omega_n = 5$$

Do đó mẫu số hàm truyền kín là: $s^2 + 4s + 25$ (2)

(1) & (2) suy ra:

$$a = 4$$

$$b + K = 25$$

Hệ số vị trí: $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{K}{b}$

Sai số xác lập: $e_{xl} = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{b}{b + K} = 0.2$

$$\Rightarrow b = 0.2(b + K) = 0.2 \times 25 = 5$$

$$K = 25 - b = 20$$

Vậy: $G(s) = \frac{20}{s^2 + 4s + 5}$

Bài 2:

1. Phương trình đặc trưng của hệ kín:

$$\det(sI - A + BK) = 0$$

$$\Leftrightarrow \det\left(s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \det\left(\begin{bmatrix} s + 4 + k_1 & 3 + k_2 \\ -1 & s \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow s(s + 4 + k_1) + (3 + k_2) = 0 \quad \Leftrightarrow s^2 + (4 + k_1)s + (3 + k_2) = 0 \quad (1)$$

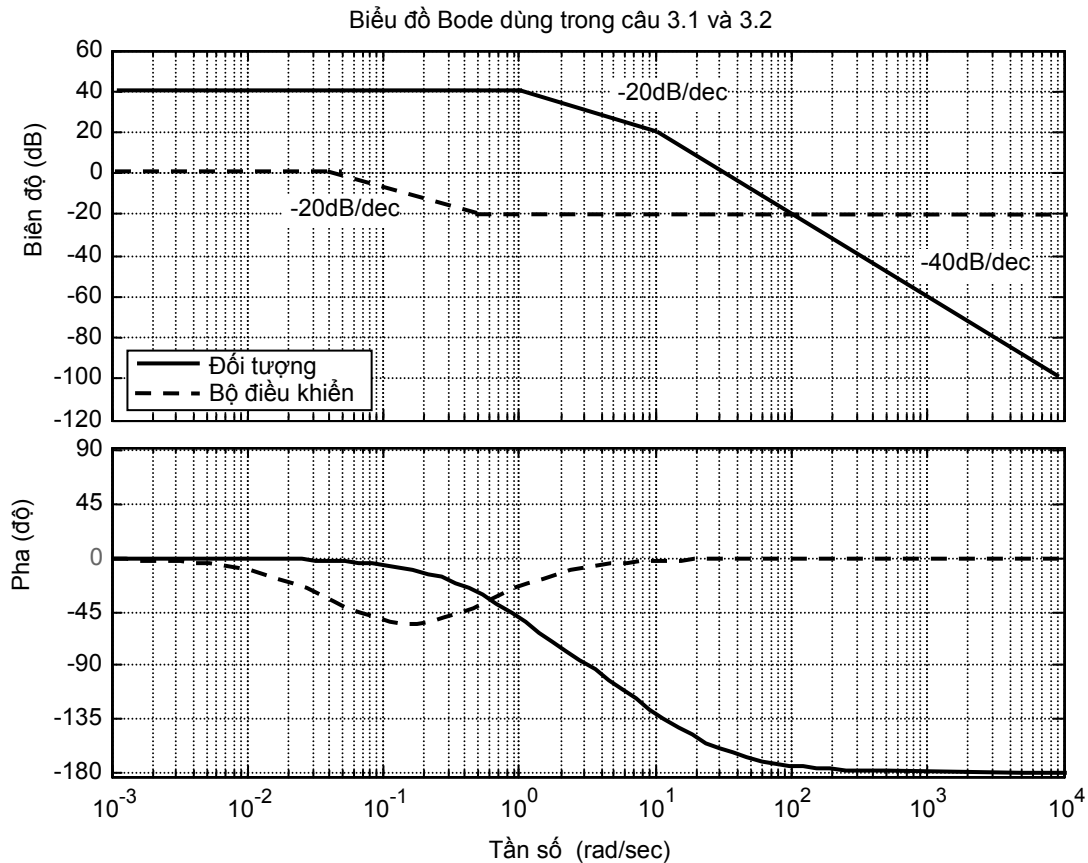
Phương trình đặc trưng mong muốn:

$$(s + 4)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow s^2 + 8s + 16 = 0 \quad (2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow \begin{cases} 4 + k_1 = 8 \\ 3 + k_2 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 4 \\ k_2 = 13 \end{cases}$$

2. Hệ kín không có vọt lố vì cặp cực của hệ kín là cặp cực thực. $POT = 0\%$.

Bài 3:



1. Theo biểu đồ Bode, hàm truyền $G(s)$ có dạng:

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad \Rightarrow \quad G(s) = \frac{100}{(s + 1)(0.1s + 1)}$$

Do: $20 \lg K = 40 \quad \Rightarrow \quad K = 100$

$$\frac{1}{T_1} = 1 \quad \Rightarrow \quad T_1 = 1$$

$$\frac{1}{T_2} = 10 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 0.1$$

Tương tự : hàm truyền $G_c(s)$ có dạng:

$$G_c(s) = K_c \frac{(\alpha Ts + 1)}{(Ts + 1)} \quad (\alpha < 1) \quad \Rightarrow \quad G_c(s) = \frac{(2s + 1)}{(20s + 1)}$$

Do $20 \lg K_c = 0 \quad \Rightarrow \quad K_c = 1$

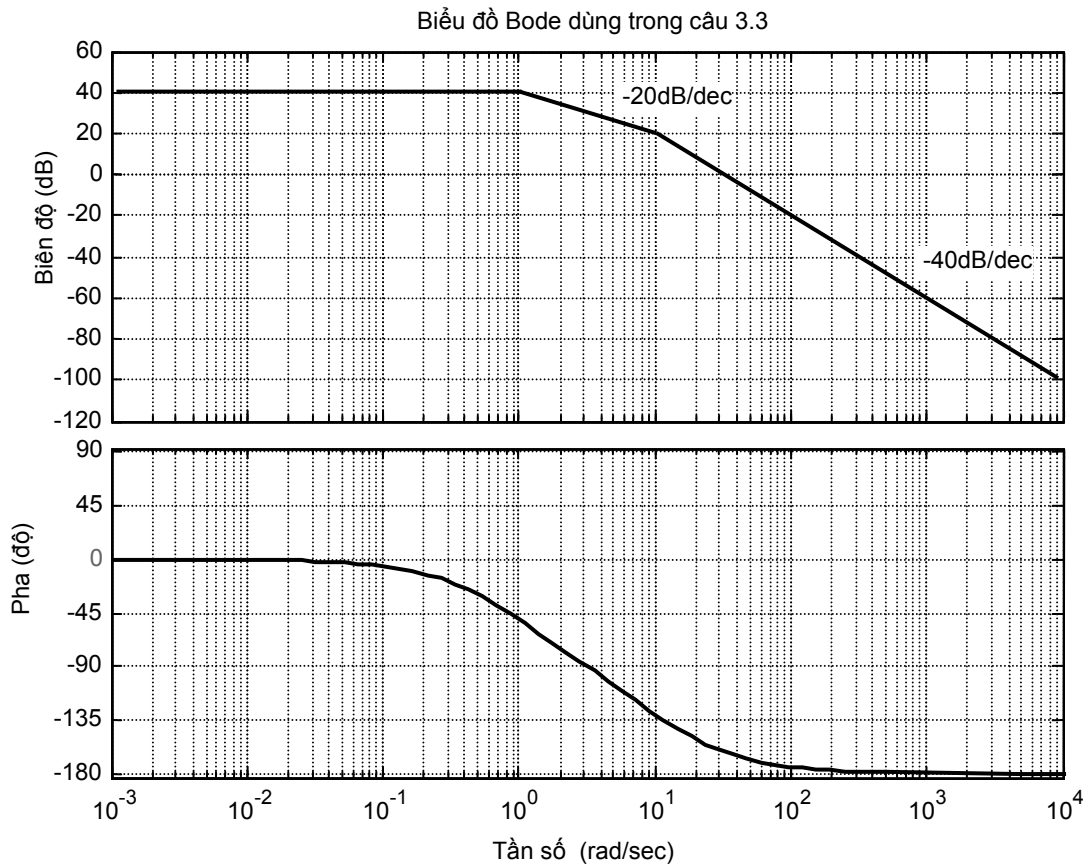
$$\frac{1}{\alpha T} = 0.5 \quad \Rightarrow \quad \alpha T = 2$$

$$\frac{1}{T} = 0.05 \quad \Rightarrow \quad T = 20$$

2. Đặc tính tần số $G_c(s)G(s)$: xem hình vẽ.

Theo hình vẽ ta có: tần số cắt biên là $\omega_c = 7 \text{ rad/sec}$, tần số cắt pha là $\omega_{-\pi} = \infty$, độ dự trữ biên là $GM = \infty$, độ dự trữ pha là $\Phi M = 60^\circ$ (giá trị khác xấp xỉ 60° cũng chấp nhận, miễn xác định đúng ΦM trên đồ thị)

3. Thiết kế lại khâu hiệu chỉnh $G_C(s) = \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$ ($\alpha > 1$)



- Tần số cắt biên trước khi hiệu chỉnh: $\omega_c = 30 \text{ rad/sec}$.
- Độ dự trữ pha trước khi hiệu chỉnh: $\Phi M = 20^\circ$ (theo đồ thị)
- Độ dự trữ pha mong muốn $\Phi M^* = 60^\circ$
- Góc pha cần bù: $\varphi_{\max} = \Phi M^* - \Phi M = 60 - 20 = 40^\circ$.

$$\Rightarrow \varphi_{\max} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1 + \sin \varphi_{\max}}{1 - \sin \varphi_{\max}} = 5.8$$

- Tần số cắt mới xác định từ điều kiện:

$$L(\omega'_c) = -10 \lg \alpha = -10 \lg 5.8 = 7.6 \text{ dB}.$$

Từ đồ thị ta được $\omega'_c \approx 50 \text{ rad/sec}$

$$\text{- Xác định } T: \omega'_c = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega'_c \sqrt{\alpha}} = \frac{1}{50\sqrt{5.8}} = 0.008$$

$$\Rightarrow \alpha T = 5.8 \times 0.008 = 0.046$$

$$\text{Vậy: } G_C(s) = \frac{0.046s + 1}{0.008s + 1}$$

Bài 4:

1. Ta có: $G_C(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_P + \frac{K_D}{T}(1 - z^{-1})$

$\Rightarrow U(z) = \left[K_P + \frac{K_D}{T}(1 - z^{-1}) \right] E(z) = \left(K_P + \frac{K_D}{T} \right) E(z) - \frac{K_D}{T} z^{-1} E(z)$

$\Rightarrow u(k) = \left(K_P + \frac{K_D}{T} \right) e(k) - \frac{K_D}{T} e(k-1)$

$\Rightarrow u(k) = 51e(k) - 50e(k-1)$

2. Hàm truyền kín: $G_k(z) = \frac{G_C(z)G(z)}{1 + G_C(z)G(z)}$

trong đó:

$$G(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} G(s) \right\} = (1 - z^{-1}) \cdot Z \left\{ \frac{1}{s^3} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} = \frac{T^2(z+1)}{2(z-1)^2} = \frac{0.005(z+1)}{(z-1)^2}$$

$$G_C(z) = K_P + \frac{K_D}{T}(1 - z^{-1}) = 51 - 50z^{-1} = \frac{51z - 50}{z}$$

Do đó:

$$G_k(z) = \frac{\frac{51z - 50}{z} \times \frac{0.005(z+1)}{(z-1)^2}}{1 + \frac{51z - 50}{z} \times \frac{0.005(z+1)}{(z-1)^2}} = \frac{0.005(51z - 50)(z+1)}{z(z-1)^2 + 0.005(51z - 50)(z+1)}$$

$$\Rightarrow G_k(z) = \frac{0.255z^2 + 0.005z - 0.25}{z^3 - 1.745z^2 + 1.005z - 0.25}$$

3. Cách 1: Dùng tiêu chuẩn Jury

Bảng Jury

Hàng 1	1	-1.745	1.005	-0.25
Hàng 2	-0.25	1.005	-1.745	1
Hàng 3	$\frac{1}{1} \left \begin{array}{cc} 1 & -0.25 \\ -0.25 & 1 \end{array} \right = 1.0625$	$\frac{1}{1} \left \begin{array}{cc} 1 & 1.005 \\ -0.25 & -1.745 \end{array} \right = -1.494$	$\frac{1}{1} \left \begin{array}{cc} 1 & -1.745 \\ -0.25 & 1.005 \end{array} \right = 0.569$	
Hàng 4	0.569	-1.494	1.0625	
Hàng 5	$\frac{1}{1.0625} \left \begin{array}{cc} 1.0625 & 0.569 \\ 0.569 & 1.0625 \end{array} \right = 0.758$	$\frac{1}{1.0625} \left \begin{array}{cc} 1.0625 & -1.494 \\ 0.569 & -1.494 \end{array} \right = -0.694$		
Hàng 6	-0.694	0.758		
Hàng 7	$\frac{1}{0.758} \left \begin{array}{cc} 0.758 & -0.694 \\ -0.694 & 0.758 \end{array} \right = 0.123$			

Do các phần tử ở hàng lẻ, cột 1 bảng Jury đều dương nên hệ thống ổn định

Cách 2: Dùng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz mở rộng

Phương trình đặc trưng theo biến z:

$$z^3 - 1.745z^2 + 1.005z - 0.25 = 0 \quad (1)$$

Đổi biến $z = \frac{w+1}{w-1}$, ta được:

$$\left(\frac{w+1}{w-1}\right)^3 - 1.745\left(\frac{w+1}{w-1}\right)^2 + 1.005\left(\frac{w+1}{w-1}\right) - 0.25 = 0$$

$$\Leftrightarrow (w+1)^3 - 1.745(w+1)^2(w-1) + 1.005(w+1)(w-1)^2 - 0.25(w-1)^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0.01w^3 + w^2 + 2.99w + 4 = 0 \quad (2)$$

Tiêu chuẩn Routh:

Bảng Routh:

s^3	0.01	2.99
s^2	1	4
s^1	$2.99 - 0.01 \times 4 = 2.95$	0
s^0	4	

Do tất cả các phần tử cột 1 bảng Routh đều dương nên hệ thống ổn định

hoặc

Tiêu chuẩn Hurwitz:

Do các hệ số của (2) đều dương, đồng thời $a_1a_2 - a_0a_3 = 1 \times 2.99 - 0.01 \times 4 = 2.95 > 0$ nên theo tiêu chuẩn Hurwitz ta kết luận hệ thống ổn định.

Cách 3: Dùng máy tính số giải trực tiếp nghiệm của phương trình (1): $z_1 = 0.9796$, $z_{2,3} = 0.3827 \pm j0.3298$. Do cả 3 nghiệm đều nằm trong vòng tròn đơn vị nên hệ thống ổn định. (Do đề bài yêu cầu phải xét ổn định dùng tiêu chuẩn Jury hoặc Routh-Hurwitz mở rộng nên **sinh viên giải theo cách này chỉ được 0.5 điểm nếu kết luận đúng**)

4. Tính đáp ứng của hệ thống

$$C(z) = R(z)G_k(z) = \frac{0.255z^2 + 0.005z - 0.25}{z^3 - 1.745z^2 + 1.005z - 0.25} R(z)$$

$$C(z) = \frac{0.255z^{-1} + 0.005z^{-2} - 0.25z^{-3}}{1 - 1.745z^{-1} + 1.005z^{-2} - 0.25z^{-3}} R(z)$$

$$\Leftrightarrow (1 - 1.745z^{-1} + 1.005z^{-2} - 0.25z^{-3})C(z) = (0.255z^{-1} + 0.005z^{-2} - 0.25z^{-3})R(z)$$

$$\Leftrightarrow c(k) = 1.745c(k-1) - 1.005c(k-2) + 0.25c(k-3) + 0.255r(k-1) + 0.005r(k-2) - 0.25r(k-3)$$

Thay điều kiện đầu bằng 0, $r(k) = 1, \forall k \geq 0$ (hàm nấc đơn vị) ta được:

$$c(k) = \{0; 0.2550; 0.7050; 0.9839; 1.0822; 1.0858; 1.0631; \dots\}$$

$$c_{xl} = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})C(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{0.255z^{-1} + 0.005z^{-2} - 0.25z^{-3}}{1 - 1.745z^{-1} + 1.005z^{-2} - 0.25z^{-3}} \frac{1}{1 - z^{-1}} = 1$$

$$\text{Độ vọt lố: } POT = \frac{c_{\max} - c_{xl}}{c_{xl}} 100\% = \frac{1.085 - 1}{1} 100\% = 8.5\%$$

$$\text{Sai số xác lập: } e_{xl} = r_{xl} - c_{xl} = 1 - 1 = 0$$